

# Abschlussprojekt - WS2024/25

Julian Huber & Matthias Panny

- Gruppenarbeit mit **bis zu 2 Personen**
- Versionsverwaltung mit git
- Umsetzen des Projektes, welches wir in diesen Einheiten besprechen werden
- Abgabetermin: **27.02.2025 um 23:55 Uhr**

## Umfang des Abschlussprojektes

- **35h** pro Person \* 2 Personen pro Gruppe = **70h** pro Gruppe
- 35h pro Person setzt sich aus folgenden Annahmen zusammen:
  - gemeinsame LV: 60UE á 45min = 45h
  - Vor- & Nachbereitung inkl. 15 HÜ: 1,5h pro 2 UE = 45h
  - Kursumfang: 5 ECTS = 125h
  - $125h - 45h - 45h = 35h$

- In den nächsten Folien wird ein Projekt inkl. minimaler Umsetzung/Anforderungen vorgestellt
- Diese minimale Umsetzung entspricht **60%** der Gesamtpunkte
- Die restlichen **40%** können durch Erweiterungen erreicht werden
- Von diesen max. 100% werden die Minuspunkte der Hausübungen abgezogen

- Eine Anwendung mit Web-UI (`streamlit`) soll entwickelt werden
- Die Umsetzung erfolgt in `Python` mit Objektorientierung
- In der Anwendung können beliebige `ebene Mechanismen` (mit gewissen Einschränkungen) definiert & deren Kinematik simuliert werden

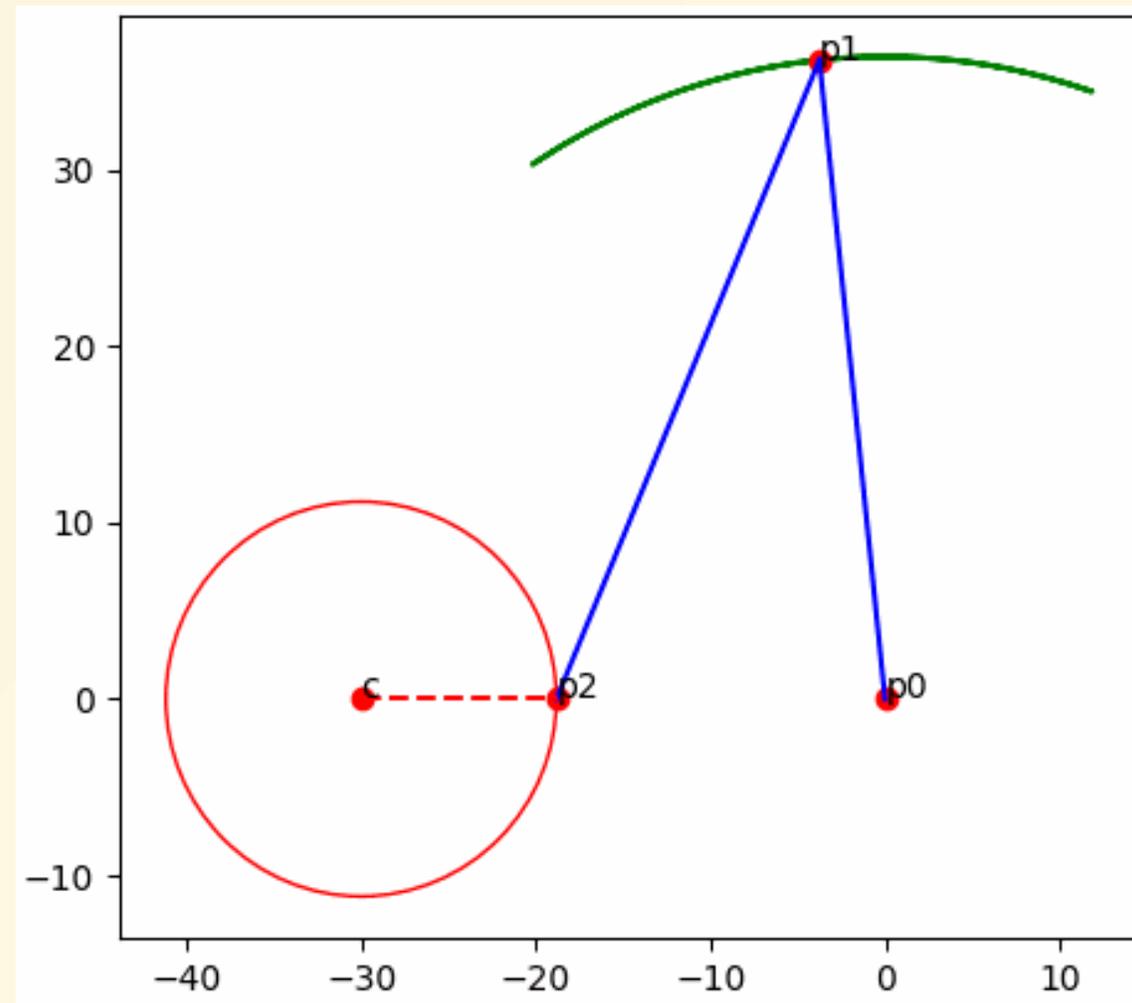
Alternativen zu diesem Projekt werden zum Schluss diskutiert

# Funktionsweise

(Ebene Mechanismen & deren Simulation)

# Ebene Mechanismen

- Ebene Mechanismen (oft auch ebene Koppelgetriebe genannt) sind Mechanismen aus mehreren Gliedern die mit Dreh- und Schubgelenken verbunden sind
- Erzeugen Bewegungsabläufe in einer Ebenen → hängt von der Anzahl/Konfiguration der Gelenke & den kinematisch relevanten Abmessungen ab
- Ein Viergelenkgetriebe ist ein einfaches Beispiel für einen ebenen Mechanismus



- Wir wollen nun solch einen ebenen Mechanismus simulieren
- In unserem Modell besteht ein Mechanismus aus  $n$  Gelenken ("Punkten") und  $m$  Gliedern ("Stangen")
- Wir wollen unseren Mechanismus immer für einen **bestimmten/konstanten** Drehwinkel  $\theta$  betrachten

## Einschränkungen

- Es werden nur ebene Mechanismen betrachtet
- Nur Drehgelenke verbunden mit starren Gliedern
- Nur Drehgelenk (1 rot. Freiheitsgrad) als Antrieb → ein Gelenk des Mechanismus bewegt sich auf einer Kreisbahn
- Ein Gelenk des Mechanismus ist statisch/fest verankert

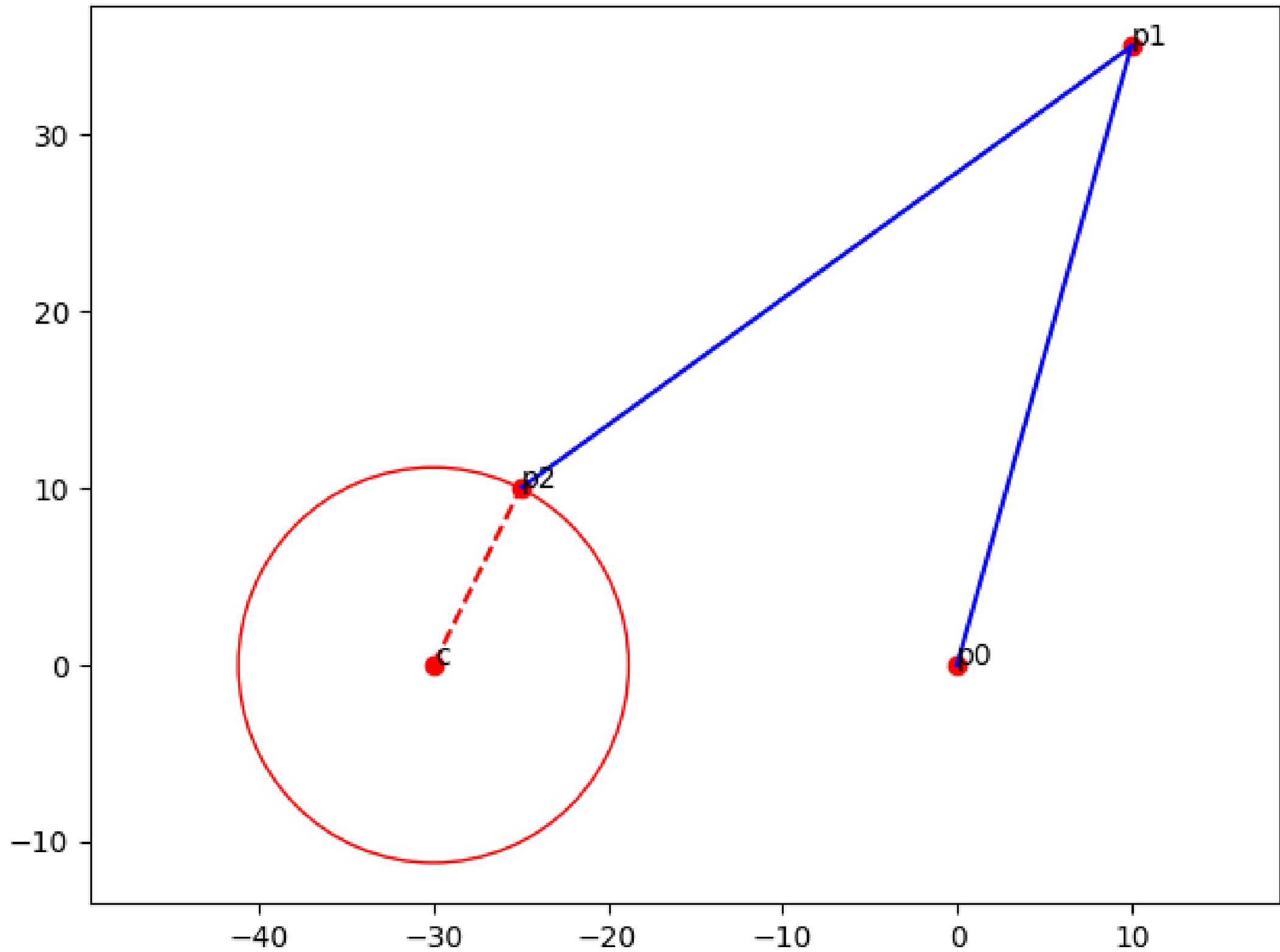
# Mathematische Modellierung

- Zur Simulation muss unser Mechanismus in ein mathematisches Modell überführt werden
- Im allgemeinen hat ein Punkt in der Ebene 2 Freiheitsgrade ( $x$ - und  $y$ -Koordinate) → unser Modell soll beschreiben wie diese Freiheitsgrade entzogen werden

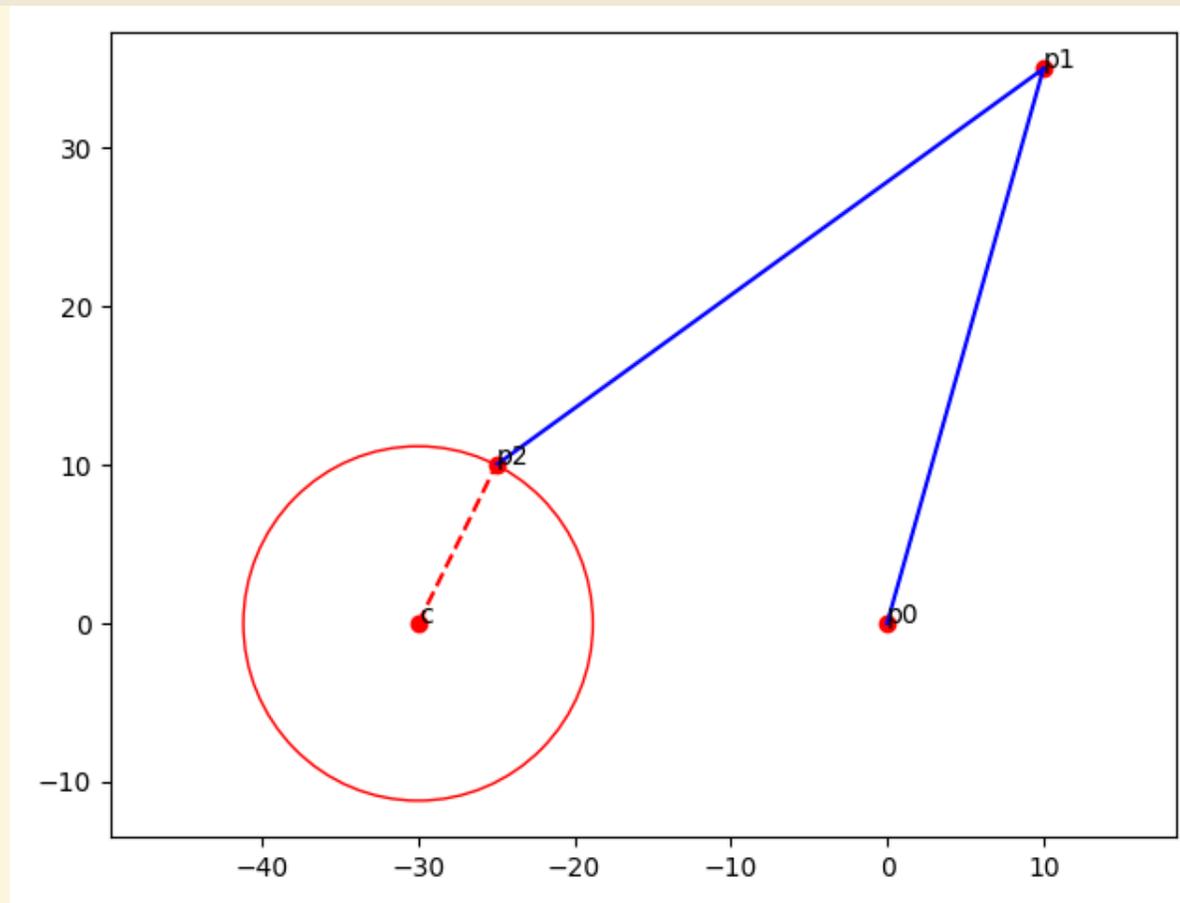
## Freiheitsgrade

- Anzahl der Gelenkspunkte  $n$ 
  - je 2 Freiheitsgrade pro Punkt  $\vec{p}_i = [x_i, y_i]^T$  für  $i = 0 \dots n - 1$
  - →  $2n$  Freiheitsgrade im ganzen Mechanismus
- Anzahl der Glieder  $m$ 
  - verbinden je zwei Gelenkspunkte  $\vec{p}_i$  und  $\vec{p}_j$  → fixe Länge/fixer Abstand  $l_{ij}$
  - → reduziert die Freiheitsgrade
- Randbedingungen (engl. boundary conditions)  $m_{BC}$ 
  - reduzieren die Freiheitsgrade weiter
  - $m_{BC_{stat}}$  statische Randbedingungen → fixe Punkte
  - $m_{BC_{dyn}}$  dynamische Randbedingungen → bewegte Punkte

# Beispiel der Viergelenkkette



# Beispiel der Viergelenkkette:



- Besteht aus  $n = 4$  Gelenken und 4 Gliedern  $\rightarrow$  je 2 davon sind besonders und müssen speziell behandelt werden:
  - **Gestell:** Ist jenes Glied das fest ist  $\rightarrow$  verbindet gedanklich  $\vec{p}_0$  mit  $\vec{c}$   $\rightarrow$  diese beiden Glieder sind statisch
  - **Kurbel:** Ist am Gestell angeschlossen und bewegt sich auf einer Kreisbahn  $\rightarrow$  verbindet  $\vec{c}$  mit  $\vec{p}_2$ , es bleibt aber weiterhin  $\vec{c}$  statisch, und  $\vec{p}_2$  dynamisch  $\rightarrow$  1 Freiheitsgrad (Rotation)
  - **Alle anderen Glieder:** Verbinden zwei (dynamische) Punkte und halten deren Abstand konstant  $\rightarrow$   $\vec{p}_0$  und zu  $\vec{p}_1$  und  $\vec{p}_2$  zu  $\vec{p}_1$

# Beispiel der Viergelenkkette:

- Daraus folgt in unserer Art der Modellierung:
  - $n = 3 \rightarrow \vec{p}_0, \vec{p}_1, \vec{p}_2$  ( $\rightarrow \vec{c}$  ist nur für die Kreisbahn notwendig)
  - $m_{BC_{stat}} = 2 \rightarrow \vec{p}_0$  ist statisch
  - $m_{BC_{dyn}} = 2 \rightarrow \vec{p}_2$  ist auf einer Kreisbahn  $\rightarrow$  bei konstantem  $\theta$  wird  $\vec{p}_2$  vollständig bestimmt
  - $m_{BC_{stat,dyn}}$  bilden zusammen das Gestell & die Kurbel ab

## Übrige Freiheitsgrade

- $f = 2n - m_{BC_{stat}} - m_{BC_{dyn}} = 2 \rightarrow$  "normale" Glieder notwendig
- Glieder zw.  $\vec{p}_0$  und  $\vec{p}_1$  sowie  $\vec{p}_1$  und  $\vec{p}_2$  berücksichtigen  $\rightarrow m = 2$
- $f = 2n - m_{BC_{stat}} - m_{BC_{dyn}} - m = 0 \rightarrow \checkmark$

# Beispiel der Viergelenkkette:

- Wie kann über dieses Modell die Kinematik bestimmt werden?

## Idee

- Die genaue Konfiguration des Mechanismus kann für einen konstanten Drehwinkel  $\theta$  bestimmt werden
- $\theta$  wird nun variiert (z.B. in  $1^\circ$  Schritte)  $\rightarrow$  die Konfiguration des Mechanismus ändert sich mit einem Freiheitsgrad ( $\theta$ )  $\rightarrow$  Kinematik des Systems

## Wie kann die Konfiguration bestimmt werden?

- Wir können die Lage von allen Punkten  $\vec{p}_i(\theta)$  bestimmen die mit Randbedingungen versehen sind
- Für diese neuen Lagen können die Längen der Glieder bestimmt werden  $\rightarrow$  da sich die Punkte bewegt haben sind die Längen der Glieder nicht mehr korrekt
- Aus den aktuellen Ist-Längen und den Soll-Längen der Glieder kann ein Fehler bestimmt werden
- $\rightarrow$  **Optimierung soll diesen Fehler minimieren**

# Viergelenk - Modell in Ausgangskonfiguration

- Wir sehen uns an wie dies mathematisch für das Viergelenk funktioniert
- Die Ausgangslage ist jene aus der Abbildung oben → in diese wird der Mechanismus modelliert:
  - $\vec{p}_0 = [0 \quad 0]^T$  → statisch BC → unbeweglich
  - $\vec{p}_1 = [10 \quad 35]^T$
  - $\vec{p}_2 = [-25 \quad 10]^T$  → dynamisch BC → Kreisbewegung um  $\vec{c}$
  - $\vec{c} = [-30 \quad 0]^T$  → Mittelpunkt der Kreisbahn
- Der Drehwinkel  $\theta$  wird als  $\theta = \arctan\left(\frac{10}{5}\right)$  initialisiert

# Viergelenk - Bestimmen der Längen

- ⚠ Für jeden Schritt der Berechnung wird  $\theta$  (temporär) konstant gehalten
- Der Vektor  $\vec{x}$  beinhaltet alle Punkte des Systems:

$$\vec{x} = [\vec{p}_0 \quad \vec{p}_1 \quad \vec{p}_2]^T = [p_{0_x} \quad p_{0_y} \quad p_{1_x} \quad p_{1_y} \quad p_{2_x} \quad p_{2_y}]^T$$

- Aus den Gliedern des Systems lässt sich die Matrix  $\mathbf{A}$  ableiten, die nur die Elemente  $-1$ ,  $0$  und  $1$  enthält und damit die Verbindungen der Punkte (= Glieder) beschreibt:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$2m \times 2n$

- Das Produkt  $\mathbf{A}\vec{x}$  ergibt den Vektor  $\hat{\vec{l}}$  der Längen der Glieder für den aktuellen, konstanten Winkel  $\theta$  enthält
- Diese sind in  $\hat{\vec{l}}$  komponentenweise angeordnet

# Viergelenk - Bestimmen der Längen

- Um aus  $\hat{\vec{l}}$  die tatsächlichen Längen der Glieder zu erhalten, wird  $\hat{\vec{l}}$  umgeformt in  $\mathbf{L}$  und über die zeilenweise angewendete euklidische Norm der Vektor  $\vec{l}$  berechnet:

$$\hat{\vec{l}} = \mathbf{A}\vec{x} = \begin{bmatrix} p_{0_x} - p_{1_x} \\ p_{0_y} - p_{1_y} \\ p_{1_x} - p_{2_x} \\ p_{1_y} - p_{2_y} \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{L} = \begin{bmatrix} p_{0_x} - p_{1_x} & p_{0_y} - p_{1_y} \\ p_{1_x} - p_{2_x} & p_{1_y} - p_{2_y} \end{bmatrix}_{m \times 2}$$

$2m \times 1$

- $\vec{l} \in \mathbb{R}^{m \times 1}$  enthält nun die Längen aller  $m$  Glieder:

$$\vec{l}_{m \times 1} \Rightarrow l_i = \left( \sum_{j=1}^2 (L_{ij})^2 \right)^{1/2} = \begin{bmatrix} \sqrt{(p_{0_x} - p_{1_x})^2 + (p_{0_y} - p_{1_y})^2} \\ \sqrt{(p_{1_x} - p_{2_x})^2 + (p_{1_y} - p_{2_y})^2} \end{bmatrix}$$

# Viergelenk - Bestimmen der Längen

- mit den konkreten Zahlen der Anfangskonfiguration ergibt sich:

$$\vec{x} = [0 \quad 0 \quad 10 \quad 35 \quad -25 \quad 10]^T$$

$$\hat{\vec{l}} = \mathbf{A}\vec{x} = \begin{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \\ 35 \\ -25 \\ 10 \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} -10 \\ -35 \\ 35 \\ 25 \end{bmatrix} \\ \begin{matrix} 2m \times 2n & 2n \times 1 & & 2m \times 1 \end{matrix} & & & \end{matrix}$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -10 & -35 \\ 35 & 25 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{l} = \begin{bmatrix} 36.4005 \\ 43.0116 \end{bmatrix}$$

$m \times 2$    $m \times 1$

# Viergelenk - Matrizen

- Wird nun  $\theta$  um  $10^\circ$  erhöht, so ändert sich die Konfiguration des Mechanismus
- Aufgrund der Kreisbewegung von  $\vec{p}_2$  ändert sich dessen Position zu  $\vec{p}'_2 = [-26.81 \quad 10.72]^T$ , alle anderen Punkte bleiben unverändert

$$\vec{x}' = [0 \quad 0 \quad 10 \quad 35 \quad -26.81 \quad 10.72]^T$$

$$\hat{\vec{l}}' = \mathbf{A} \vec{x}' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \\ 35 \\ -26.81 \\ 10.72 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 \\ -35 \\ 36.81 \\ 24.28 \end{bmatrix}$$

$2m \times 2n$   $2n \times 1$   $2m \times 1$

$$\mathbf{L}' = \begin{bmatrix} -10 & -35 \\ 36.81 & 24.28 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{l}' = \begin{bmatrix} 36.4005 \\ 44.1005 \end{bmatrix}$$

$m \times 2$   $m \times 1$

- nun können die beiden Längenvektoren  $\vec{l}$  und  $\vec{l}'$  verglichen werden
- der Fehler  $\vec{e}$  ergibt sich aus der Differenz der beiden Vektoren:

$$\vec{e} = \vec{l}' - \vec{l} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.0889 \end{bmatrix}$$

- dieser Fehler kann nun im Sinne der kleinsten Fehlerquadrate minimiert werden → z.B. mit Funktionen aus dem `scipy.optimize`-Modul

# Anforderungen, Erweiterungen & Abgabe

# Minimalanforderungen

- Softwareprojekt in **Python** mit **Objektorientierung**
- Versionskontrolle über **git** & **GitHub**
- Anwendung mit Web-UI:
  - Simulation von Mechanismen und deren Kinematik (Detail siehe unten)
- Software-Dokumentation:
  - **requirements.txt**-Datei mit allen packages
  - **README.md** im Repository mit Anleitung zur Installation und Ausführung
- Projekt-Dokumentation - Zwei Möglichkeiten
  - **README.md** ergänzen um umgesetzten Erweiterungen, UML-Diagrammen der Softwarestruktur, Quellen zu verwendeten Inhalten etc.
  - **ODER**
  - Kurzer **Bericht als pdf-Dokument** mit selbem Inhalt

# Minimalanforderungen 1/2

- Eine **Python**-Anwendung mit Web-UI (**streamlit**) soll entwickelt werden
- Darin können **beliebige ebene Mechanismen** mit unseren Einschränkungen definiert werden
- Die Positions-Kinematik des Mechanismus soll für den Winkel  $\theta$  im Bereich von  $0^\circ$  bis  $360^\circ$  berechnet werden
- Der Mechanismus und seine Kinematik bzw. die Bahnkurven der Punkte werden visualisiert
- Die Bahnkurve kann als  $x(\theta) - y(\theta)$ -Koordinaten im **csv**-Format (o.ä) abgespeichert werden
- Der Mechanismus selbst (und damit seine Kinematik) soll gespeichert und geladen werden können
- Die Kinematik soll als Optimierungsproblem gelöst werden, bei der die Länge-Fehler der Glieder minimiert werden → siehe Erklärung oben

- Es muss verifiziert werden, dass der Mechanismus valide ist
- Testen der Implementierung am Beispiel des "Strandbeest" bzw. an einem seiner Beine → in Dokumentation zeigen
- Die Anwendung soll mit streamlit\_deployed werden

- Visualisierung der Längen-Fehler aller Glieder als Funktionen des Winkels  $\theta$
- Animation als Video/gif speichern
- Overlay z.B. von Winkeln oder Längen auf die Visualisierung
- Lösen von Kinematiken ermöglichen bei denen ein Punkt noch einen Freiheitsgrad hat → z.B. eine Schubkurbel
- Definition einer Auszeichnungssprache um Modelle der Mechanismen zu beschreiben → Modell kann heruntergeladen und ggf. hochgeladen werden
- Optimieren der Gliederlängen für eine bestimmte Bahnkurve bzw. einer Bahnkurve die gewissen Kriterien entspricht

# Mögliche Erweiterungen

- Alternative Ansätze im UI z.B. Drag and Drop oder Sketches
- Import von Sketches mit Bilderkennung (kariertes Papier, etc.)
- Erstellen einer Stückliste für ausgewählte Gestänge, Antriebe und Gelenke
- Berechnung der maximalen Vorwärts-Geschwindigkeit (z.B. eines festgelegten Punktes in X) eines Strandbeests in Abhängigkeit von der Drehgeschwindigkeit der Kurbel, Schrittlänge und maximale Schritthöhe → das könne eine Metrik für die Optimierung der Gliederlängen sein
- 3D-Volumenmodell des Mechanismus mittels **OpenSCAD** erstellen
-  Sehr große Erweiterung: Kräfte/Momente berücksichtigen (Kinetik) und dadurch die Positions-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungskinematik bestimmen

- Abgabetermin: **27.02.2025** um **23:55 Uhr**
- Alle Gruppenmitglieder müssen den Link zum Repository auf Sakai abgeben
- Der Beitrag der einzelnen Mitglieder wird anhand ihrer Commits beurteilt → jedes Mitglied soll **aktiv** und **inhaltvoll** am Projekt mitarbeiten
- Es wird der letzte Commit im **main** bzw. **master**-Branch bewertet

# Alternatives Abschlussprojekt

- Falls die Aufgabenstellung einer Gruppe nicht zusagt, kann ein alternatives Abschlussprojekt mit dem jeweiligen Vortragenden vereinbart werden
- In der ersten Hälfte des letzten Termins der LV muss diese Aufgabenstellung mit dem Vortragenden vereinbart werden → anschließend wird sie mit dem Vortragenden der anderen Gruppe abgestimmt

## Was muss vereinbart werden?

- Idee des eigenen Projektes
- Minimalanforderungen → Programmiersprache, Versionsverwaltung, Dokumentation, etc. bleibt immer gleich
- Mögliche Erweiterungen
- Diese sind dann **verbindlich** für die jeweilige Gruppe → es kann aber immer auf das allgemeine Projekt zurück gewechselt werden